

УДК 539.143

doi: 10.21685/2072-3040-2023-2-8

## Модифицированный подход к учету диссипации при теоретическом описании слияния сложных ядер

И. И. Гончар<sup>1</sup>, М. В. Чушнякова<sup>2</sup><sup>1</sup>Омский государственный университет путей сообщения, Омск, Россия<sup>2</sup>Омский государственный технический университет, Омск, Россия<sup>1</sup>vigichar@hotmail.com, <sup>2</sup>mvchushnyakova@omgtu.tech

**Аннотация.** *Актуальность и цели.* Процесс слияния сложных ядер представляет большой интерес и как пример коллективного ядерного движения большой амплитуды, и как способ синтеза новых сверхтяжелых химических элементов. Этот процесс сопровождается диссипацией энергии коллективного движения, по крайней мере на последней стадии. Диссипативный характер слияния учитывается во многих теоретических подходах. В данной работе мы предлагаем модифицированный способ учета диссипации. *Материалы и методы.* Основная идея модификации заключается в том, что для вычисления температуры используется сверхтекучая модель, а не модель ферми-газа, как в предыдущих работах. Расчеты сечений слияния выполнены для реакции  $^{16}\text{O}+^{92}\text{Zr}$  в диапазоне энергий столкновения от 46 до 70 МэВ. *Результаты.* Оказалось, что намного более сложная сверхтекучая модель в итоге приводит к сечениям слияния, которые неотличимы от рассчитанных в модели ферми-газа в пределах погрешностей расчета, составляющих около 2 %.

**Ключевые слова:** слияние атомных ядер, ядерная диссипация, модель ферми-газа, сверхтекучая модель

**Финансирование:** работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

**Для цитирования:** Гончар И. И., Чушнякова М. В. Модифицированный подход к учету диссипации при теоретическом описании слияния сложных ядер // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2023. № 2. С. 77–90. doi: 10.21685/2072-3040-2023-2-8

## A modified approach for accounting dissipation in theoretical description of the complex nuclei fusion

I.I. Gonchar<sup>1</sup>, M.V. Chushnyakova<sup>2</sup><sup>1</sup>Omsk State Transport University, Omsk, Russia<sup>2</sup>Omsk State Technical University, Omsk, Russia<sup>1</sup>vigichar@hotmail.com, <sup>2</sup>mvchushnyakova@omgtu.tech

**Abstract.** *Background.* The process of the complex nuclei fusion is of significant interest as an example of the collective nuclear motion of large amplitude as well as a route for synthesis of new superheavy chemical elements. This process is accompanied by the dissipation of collective motion energy, at least at the last stage. The dissipative nature of fusion is accounted for in many theoretical approaches. In the present work, we propose a modified method for accounting for dissipation. *Materials and methods.* The main idea is to use the superfluid model for evaluating nuclear temperature, not the fermi gas model like in previous approaches. The calculations of the cross sections are performed for reaction  $^{16}\text{O}+^{92}\text{Zr}$

at the collision energies ranging from 46 up to 70 MeV. *Results.* For this reaction and at these conditions it turns out, that the more complicated superfluid model results in the cross sections which are indistinguishable from the ones obtained using the much simpler Fermi-gas model.

**Keywords:** fusion of atomic nuclei; nuclear dissipation; Fermi-gas model; superfluid model

**Financing:** the research was financed by the Foundation for the Development of Theoretical Physics and Mathematics “BASIS”.

**For citation:** Gonchar I.I., Chushnyakova M.V. A modified approach for accounting dissipation in theoretical description of the complex nuclei fusion. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences.* 2023;(2):77–90. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3040-2023-2-8

## Введение

Процесс слияние сложных атомных ядер («тяжелых ионов») представляет большой интерес и как путь к синтезу новых химических элементов [1], и как пример коллективного ядерного движения большой амплитуды [2]. Этот процесс носит непременно диссипативный характер, так как в итоге часть кинетической энергии относительного движения ядер переходит во внутреннюю энергию возбуждения. Диссипативная природа слияния тяжелых ионов проявляется в методах моделирования этого явления. В траекторных моделях (см., например, [3–5]) и в квантовом диффузионном подходе [2, 6] диссипация учитывается явным образом. В квантовых методах проницаемости одиночного барьера и связанных каналов [7–9] диссипация учитывается неявно в виде поглощающей границы: падающая волна, прошедшая за барьер, не отражается. В литературе также имеется некоторое количество работ, в которых предпринимались попытки объединить диссипацию с квантовой механикой через феноменологический гамильтониан [10, 11].

В наших предшествующих работах по этой тематике [12–14] для описания слияния ядер разработана траекторная модель с поверхностным трением (ТМПТ), которая с идейной точки зрения близка к работам [3, 15, 16]. В настоящей работе мы концентрируемся на том, каким образом в рамках ТМПТ вычисляется температура, определяющая интенсивность флуктуаций коллективного импульса, соответствующего расстоянию между центрами сталкивающихся ядер.

### 1. Траекторная модель с поверхностным трением

Столкновение ядер в нашей модели описывается как движение воображаемой броуновской частицы, которая движется под действием флуктуационной, диссипативной и консервативной сил:

$$dp = -\frac{dU_{tot}}{dq} dt + \frac{\hbar^2 L^2}{m_q q^3} - \frac{p}{m_q} K_R \left[ \frac{dU_n}{dq} \right]^2 dt + f \left| \frac{dU_n}{dq} \right| dW \sqrt{2\theta K_R}, \quad (1)$$

$$dq = \frac{p dt}{m_q}, \quad (2)$$

где  $p$  – импульс, соответствующий радиальному движению сталкивающихся ядер (т.е. импульс воображаемой броуновской частицы, представляющей это

движение),  $[p] = \text{МэВ} \cdot \text{зс}$  ( $1 \text{ зс} = 10^{-21} \text{ с}$ );  $U_{tot} = U_n + U_C$  – полная энергия взаимодействия ядер-реагентов, которая складывается из энергии сильного ядерного взаимодействия (СиЯВ)  $U_n$  и энергии кулоновского взаимодействия  $U_C$ ;  $K_R$  – амплитуда коэффициента трения,  $[K_R] = \text{зс}/\Gamma\text{эВ}$ ;  $\hbar L$  – орбитальный угловой момент;  $\theta$  – температура (о ней подробно будет написано ниже),  $[\theta] = \text{МэВ}$ . Случайная сила (последнее слагаемое в фигурных скобках в уравнении (1)) пропорциональна приращению  $dW$  винеровского процесса  $W$ ; среднее значение этого приращения равно нулю, а дисперсия –  $dt$ . Коэффициент  $f$  в формуле (1) позволяет исследовать движение при наличии флуктуаций ( $f = 1$ ), а также в их отсутствие ( $f = 0$ ).

Безразмерная обобщенная координата  $q$  связана с межцентровым расстоянием  $R$  формулой

$$q = \frac{R}{R_P + R_T}, \quad (3)$$

где  $R_P = r_0 A_P^{1/3}$  и  $R_T = r_0 A_T^{1/3}$  – радиусы ядер (в данной работе обсуждается столкновение сферических ядер);  $r_0 = 1,2 \text{ фм}$ .

Инерционный параметр  $m_q$  ( $[m_q] = \text{МэВ} \cdot \text{зс}^2$ ) определяется формулой

$$m_q = \frac{m_n c^2 A_P A_T (R_P + R_T)^2}{A_P + A_T}, \quad (4)$$

где  $m_n$  – масса нуклона;  $A_P (A_T)$  – массовое число ядра-снаряда (мишени).

Энергия СиЯВ вычислялась в модели двойной свертки с помощью компьютерного кода DFMSPH22 [17, 18] с релятивистскими эффективными нуклон-нуклонными силами [19], соответствующими HS-параметризации [20] с амплитудой обменного члена  $592 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3$ . Нуклонные плотности были взяты из работы [14].

Уравнения (1), (2) решались численно методом Рунге – Кутты 4-го порядка точности (см. детали в [21, 22]).

## 2. Диссипация энергии и флуктуации

В цитированных выше наших работах температура  $\theta$  считается одинаковой для обоих ядер-реагентов и вычисляется с помощью модели ферми-газа:

$$\theta = \sqrt{E_{DT} (a_1 A_T + a_2 A_T^{2/3})^{-1}} = \sqrt{E_{DP} (a_1 A_P + a_2 A_P^{2/3})^{-1}}, \quad (5)$$

где  $a_1 = 0,73 \text{ МэВ}^{-1}$ ,  $a_2 = 0,095 \text{ МэВ}^{-1}$  [23].

Диссипированная энергия  $E_D$  вычислялась исходя из баланса энергии

$$E_D = E_{DP} + E_{DT} = E_{cm} - \frac{p^2}{2m_q} - U_{tot} - \frac{\hbar^2 L^2}{2m_q q^2}. \quad (6)$$

В формулах (5), (6)  $E_{DP}$  и  $E_{DT}$  – внутренние энергии ядер снаряда ( $P$ ) и мишени ( $T$ ),  $E_{CT}$  – энергия столкновения в системе центра масс.

Один из недостатков этого подхода, который мы видим в настоящее время, состоит в том, что в нем полностью игнорируется дискретная структура внутренних ядерных возбуждений. Это может быть оправдано для тяжелых и/или деформированных ядер, но, по-видимому, не реалистично для легких и/или магических ядер.

Особенно велика энергия первого возбужденного состояния для ядра  $^{16}\text{O}$  (6,05 МэВ), которое часто используется в качестве налетающей частицы в экспериментах по слиянию. Понятно, что до перехода ядра в первое возбужденное состояние использовать для него понятие температуры не совсем обоснованно. Однако этот переход тем менее вероятен, чем выше энергия этого состояния. Поэтому в качестве первого шага целесообразно посмотреть, что меняется, если мы игнорируем нагрев ядра-снаряда. Тогда вся диссипированная энергия сосредоточена в ядре-мишени ( $E_D = E_{DT}$ ), и анализ формул (5), (6) показывает, что температура становится больше, и это должно усилить интенсивность флуктуаций для относительного движения ядер.

В какой степени существенны флуктуации в ТМПТ? Ответ на этот вопрос дает рис. 1. На нем показано отношение расчетных сечений слияния  $\sigma_{th}$  к экспериментальным  $\sigma_{exp}$ :

$$\xi_{\sigma} = \frac{\sigma_{th}}{\sigma_{exp}}. \quad (7)$$

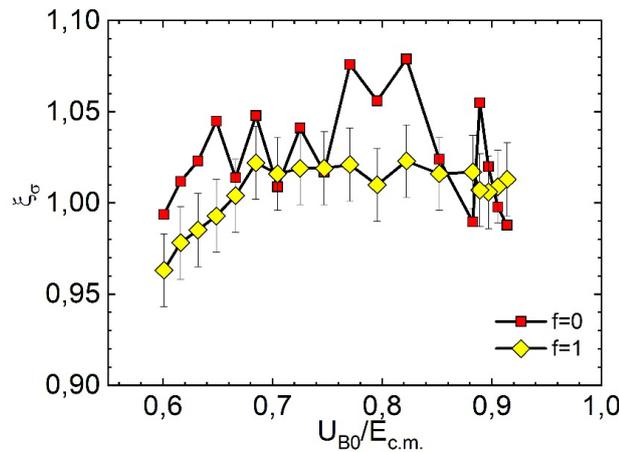


Рис. 1. Отношение сечений (см. формулу (7)) как функция отношения высоты барьера для нулевого углового момента к энергии столкновения. Стандартный расчет с учетом флуктуаций – ромбы,  $f = 1$ ; расчет с отключенными флуктуациями – квадраты,  $f = 0$ ;  $K_R = 17$  зс/ГэВ. Диссипированная энергия и температура вычислялись обычным образом с помощью формул (5), (6)

Все расчеты в настоящей работе сделаны для реакции  $^{16}\text{O}+^{92}\text{Zr}$ , экспериментальные сечения взяты из базы данных [24] (оригинальная работа [25]). Расчетная высота барьера для нулевого углового момента  $U_{B0} = 41,9$  МэВ.

Сечения слияния вычисляются по стандартной формуле, учитывающей квантование орбитального момента:

$$\sigma_{th} = \frac{\pi \hbar^2}{2m_R E_{cm}} \sum_{L=0}^{L_{max}} (2L+1) D_L, \quad (8)$$

где  $m_R$  – приведенная масса сталкивающихся ядер;  $D_L$  – коэффициент прохождения для парциальной волны с орбитальным квантовым числом  $L = 0, 1, 2, \dots$ ;  $L_{max}$  – максимальное значение  $L$ , при котором  $D_L$  обращается в нуль.

Коэффициент прохождения вычисляется как отношение числа траекторий, для которых при данном значении  $L$  выполнены условия слияния [12], к полному числу траекторий, смоделированных для данного  $L$ .

На рис. 1 стандартный расчет с учетом флуктуаций (ромбы,  $f=1$ ) сравнивается с расчетом, в котором флуктуации отключены (квадраты,  $f=0$ ). Видно, что флуктуации иногда заметно уменьшают расчетное сечение слияния, приводя его при данном значении  $K_R = 17$  зс/ГэВ в соответствие с экспериментальными данными. Заметим, что ранее исследование роли флуктуаций в ТМПТ ограничивалось сравнением с ролью эффектов памяти [21]).

Посмотрим теперь, до какой степени влияет на результаты моделирования то обстоятельство, что ядро-снаряд не переходит даже в первое возбужденное состояние и, следовательно, не принимает на себя диссипированную энергию. Можно ожидать, что в таком расчете температура (обозначим ее  $\theta_T$ ) будет больше, чем в стандартном ( $\theta_{PT}$ ). Результаты таких расчетов иллюстрируются рис. 2–4.

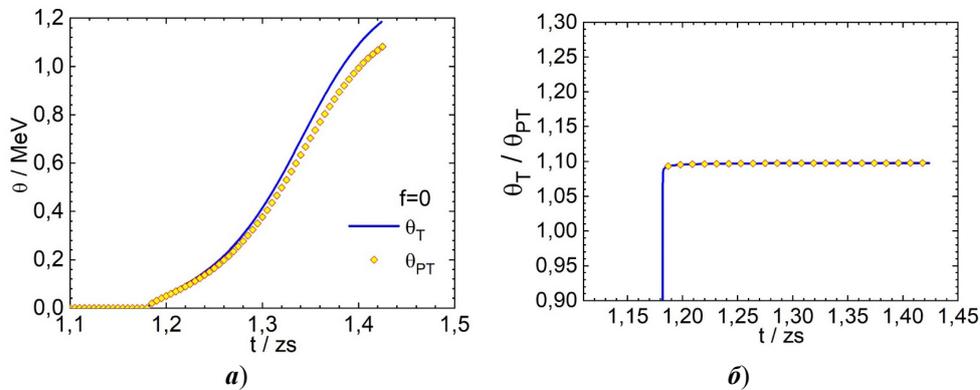


Рис. 2. Зависимость температуры от времени вдоль траектории (а): ромбы ( $\theta_{PT}$ ) – стандартный расчет по формулам (5), (6); сплошная линия без значков ( $\theta_T$ ) – расчет, в котором  $E_{DP} = 0$ ,  $E_{DT} = E_D$  и второе равенство в формуле (5) не выполняется. Отношение  $\theta_T / \theta_{PT}$  как функция времени для той же траектории (б) в этих расчетах флуктуации выключены ( $f = 0$ ),  $E_{ct} = 51$  МэВ,  $K_R = 17$  зс/ГэВ,  $L = 2$

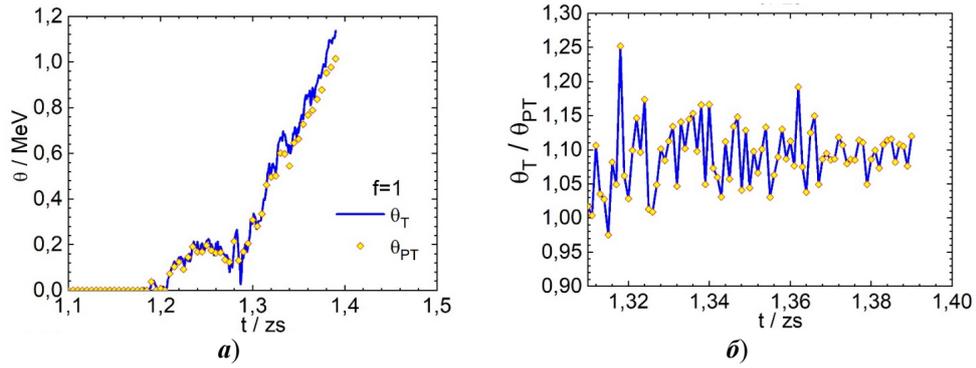


Рис. 3. Зависимость температуры от времени вдоль траектории (а) и отношение  $\theta_T / \theta_{PT}$  как функция времени для той же траектории (б) при тех же параметрах, что на рис. 2, но с учетом флуктуаций ( $f = 1$ )

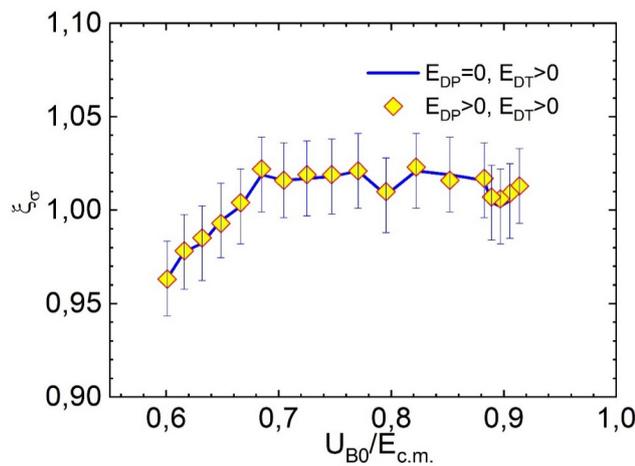


Рис. 4. Отношение сечений (см. формулу (7)) как функция отношения высоты барьера для нулевого углового момента к энергии столкновения. Ромбы ( $\theta_{PT}$ ) – стандартный расчет по формулам (5), (6). Кривая без значков ( $\theta_T$ ) – расчет, в котором  $E_{DP} = 0$ ,  $E_{DT} = E_D$  и второе равенство в формуле (5) не выполняется;  $K_R = 17$  зс/ГэВ,  $f = 1$

На рис. 2,а показана зависимость температуры от времени вдоль траектории. В этих расчетах флуктуации выключены ( $f = 0$ ). Ромбы соответствуют стандартному расчету по формулам (5), (6) ( $\theta_{PT}$ ). Эта температура действительно оказывается меньше, чем  $\theta_T$  (сплошная линия без значков). Температура  $\theta_T$  получается в расчете, в котором  $E_{DP} = 0$ ,  $E_{DT} = E_D$  и второе равенство в формуле (5) не выполняется. В начале траектории, когда ядра находятся далеко друг от друга, обе температуры нулевые, потому что диссипации почти нет. На рис. 2,б показано отношение  $\theta_T / \theta_{PT}$  как функция времени для тех же двух траекторий. Это отношение равно 1.1, т.е. учет того, что ядро-снаряд не возбуждается, действительно приводит к 10 % росту температуры.

На рис. 3 показаны те же временные зависимости, что и на рис. 2, но с учетом флуктуаций. В среднем соотношение между  $\theta_T$  и  $\theta_{PT}$  такое же, как и в детерминистическом расчете.

Как такое изменение температуры отражается на сечениях слияния, можно судить из рис. 4. Сравнивая его с рис. 1, видим, что в пределах статистических погрешностей, которые составляют порядка 2 %, переход от  $\theta_{PT}$  к  $\theta_T$  на сечениях не сказывается.

### 3. Разрыв пар и сверхтекучая модель ядра

Второй недостаток стандартного подхода к вычислению температуры в ТМПТ (см. формулу (5)) состоит в том, что в модели ферми-газа используется непосредственно диссипированная энергия. Однако из литературы хорошо известно [23], что при возбуждении четно-четного ядра часть этой энергии уходит на разрыв нейтронных и протонных пар, а температура определяется лишь так называемой эффективной энергией возбуждения:

$$E_D^* = E_D - \delta_N - \delta_Z, \quad (9)$$

где  $\delta_N$ ,  $\delta_Z$  – феноменологические поправки в энергиях связи ядер.

Мы в данной работе примем  $\delta_N + \delta_Z = 12 / \sqrt{A}$  МэВ согласно [26].

Третий недостаток стандартного подхода к вычислению температуры в ТМПТ состоит в том, что ферми-газовое выражение (5) для температуры используется при очень низких значениях диссипированной энергии,  $E_D < 1$  МэВ, хотя из литературы известно [23], что при небольшой энергии возбуждения ядра (ориентировочно менее 5 МэВ) для вычисления плотности ядерных уровней более адекватной является сверхтекучая модель ядра.

В рамках этой модели в приближении непрерывного одночастичного спектра ширина щели  $\Delta$ , энтропия  $S$  и энергия возбуждения  $E$  являются функциями температуры  $\theta$ . Наибольшую трудность здесь представляет нахождение зависимости  $\Delta(\theta)$ .

Во-первых, переходим к безразмерным переменным:

$$\Lambda = \frac{\Delta}{\Delta_0}, \quad (10)$$

$$\tau = \frac{\theta}{\theta_c}. \quad (11)$$

где  $\Delta_0$  – ширина щели при нулевой температуре, которая вычисляется по формуле

$$\Delta_0 = \frac{12 \text{ МэВ}}{\sqrt{A}}; \quad (12)$$

$\theta_c$  – критическая температура, которая связана с  $\Delta_0$  формулой

$$\theta_c = \frac{\gamma \Delta_0}{\pi} = 0,567 \Delta_0, \quad (13)$$

здесь  $\ln \gamma = 0,577$  – постоянная Эйлера.

Формулы для связи ширины щели с температурой при  $0 < \theta \leq \theta_c$  можно найти в [23, 27]. Технически, однако, удобно пользоваться разными формулами для разных диапазонов температуры:

$$\Lambda = \begin{cases} 1 - (2\gamma\tau)^{1/2} \exp\left(-\frac{\pi}{\gamma\tau}\right) & \text{при } 0 < \tau < 0,27, \end{cases} \quad (14a)$$

$$\Lambda = \begin{cases} I_e(u) & \text{при } 0,27 < \tau < 0,89, \end{cases} \quad (14б)$$

$$\Lambda = \begin{cases} 2\gamma \left[ \frac{2(1-\tau)}{7 \cdot \zeta(3)} \right]^{1/2} & \text{при } 0,89 < \tau < 1; \end{cases} \quad (14в)$$

$$I_e(u) = \exp \left\{ -2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2 + u^2} \left[ \exp\left(\sqrt{x^2 + u^2}\right) + 1 \right]} \right\}. \quad (15)$$

В формулах (14), (15)

$$u = \frac{\Delta}{\theta} = \frac{\pi \Lambda}{\gamma \tau}, \quad (16)$$

$\zeta(3) = 1,202$  – дзета-функция Римана. Разумеется, при  $\tau > 1$  щель в спектре элементарных возбуждений исчезает ( $\Lambda = 0$ ).

В то время как при очень низкой температуре и вблизи точки перехода корреляционная функция достаточно просто вычисляется по приближенным формулам (14a) и (14в), при промежуточных температурах приходится численно решать довольно сложное уравнение (14б), не разрешенное относительно  $\Lambda$ . Проблемы решения этого уравнения иллюстрируются рис. 5. Каждая прямая, показанная на рис. 5, отвечает определенному значению  $\tau$ . Точка пересечения дает решение уравнения (14б), т.е.  $\Lambda$ , однако при малых значениях  $\tau$  и вблизи  $\tau = 1$  найти эти точки численно намного труднее, чем вычислить  $\Lambda$  по приближенным формулам (14a) и (14в).

После того как  $\Lambda$  найдено, энтропия вычисляется по формулам:

$$S = \begin{cases} \frac{12a\Lambda^2\theta_c}{\gamma^2\tau} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} K_2\left(\frac{n\pi\Lambda}{\gamma\tau}\right) & \text{при } \tau < 1, \end{cases} \quad (17a)$$

$$\left[ 2a\tau\theta_c \right. \quad \left. \text{при } \tau \geq 1. \right. \quad (17б)$$

В формулах (17)  $a$  – параметр плотности одночастичных уровней, а  $K_2(x)$  – функция Макдональда (модифицированная функция Бесселя), которую мы находили по формуле

$$K_m(x) = \int_0^{\infty} \text{ch}(mz) \exp(-x \text{ch} z) dz. \quad (18)$$

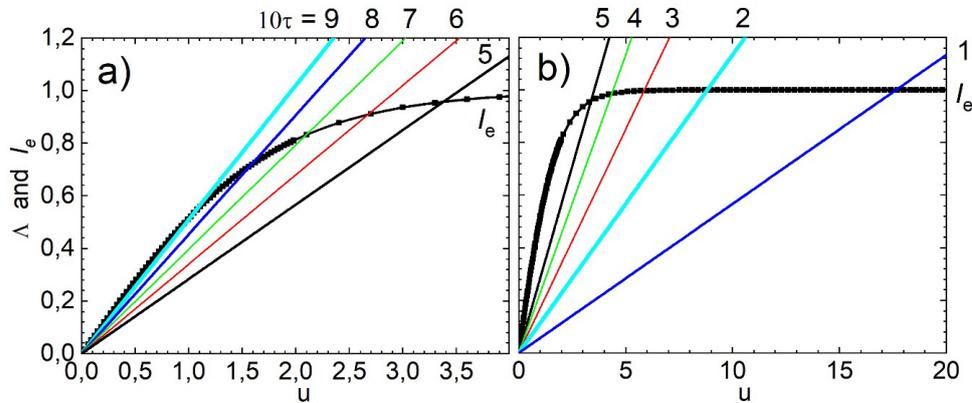


Рис. 5. Как функции  $u$  (см. формулу (16)) показаны правая (экспонента, кривая с насыщением) и левая части уравнения (14б)

Внутренняя энергия  $E$  связана с энтропией выражением

$$E = \frac{S\theta}{2} + \frac{3a\Delta_0^2}{2\pi^2} (1 - \Lambda^2). \quad (19)$$

Зависимости корреляционной функции (14), а также энтропии (17) и внутренней энергии (19) от температуры, полученные в наших расчетах, показаны на рис. 6 (эти результаты согласуются с кривыми на рис. 16 из книги [23] и с данными Таблицы из работы [28]).

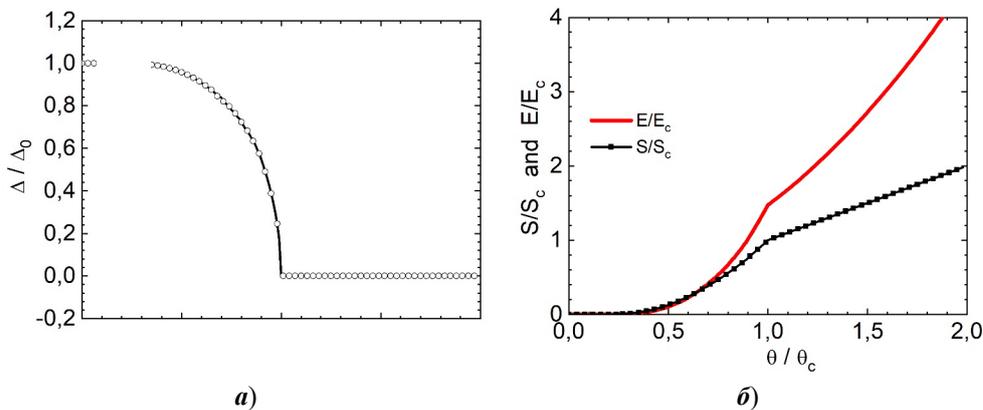


Рис. 6. Зависимости корреляционной функции (а), а также энтропии и внутренней энергии (б) от температуры, полученные в наших расчетах

Для нашего динамического описания процесса слияния необходимо знать зависимость температуры от внутренней энергии. Выразить эту зависимость аналитически нельзя, однако можно использовать табличные значе-

ния, по которым построена зависимость  $E(\theta)$  на рис. 6. Эта зависимость, которая и используется в дальнейших расчетах, показана на рис. 7. Видно, что, при появлении сколь угодно малой энергии возбуждения температура скачком меняется до приблизительно половины от критической, а затем возрастает плавным образом.

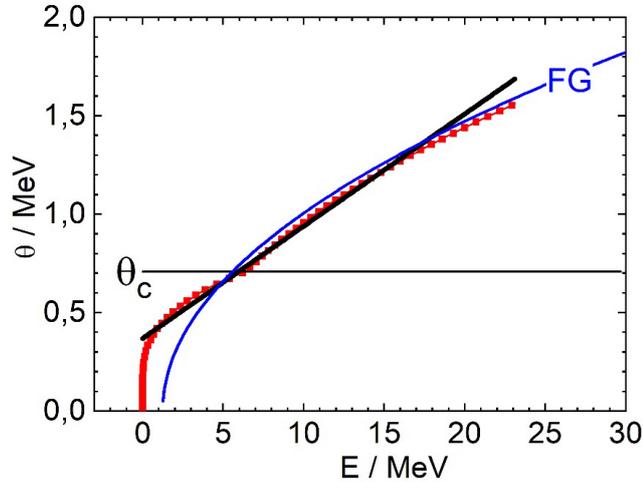


Рис. 7. Зависимость температуры от внутренней энергии.

Квадраты – расчет в рамках сверхтекучей модели; толстая прямая – его линейная аппроксимация формулой (20); тонкая кривая – модель ферми-газа; горизонтальная прямая – критическая температура;  $a = 8,6 \text{ МэВ}^{-1}$

Зависимость температуры от внутренней энергии при динамическом моделировании аппроксимировалась линейной функцией

$$\frac{\theta}{\theta_c} = 0,52 + 0,35 \frac{E}{a\theta_c^2} . \quad (20)$$

Результаты расчетов сечений показаны на рис. 8 таким же образом, как это сделано на рис. 4. Расчету с вычислением температуры по модели ферми-газа с использованием соотношения (5) с  $E_{DP} = 0$  соответствуют ромбы. Результаты расчетов по сверхтекучей модели показаны треугольниками. Видно, что в пределах статистических погрешностей вычислений результаты двух расчетов неразличимы, хотя с теоретической точки зрения сверхтекучая модель предпочтительнее.

### Заключение

Диссипативный характер процесса слияния сложных ядер проявляется в том, что часть кинетической энергии столкновения в этом процессе неизбежно переходит во внутреннюю энергию возбуждения сталкивающихся ядер. В некоторых моделях процесса слияния диссипация тем или иным путем учитывается. В траекторной модели с поверхностным трением сила диссипации и интенсивность флуктуаций связаны соотношением Эйнштейна, в которое входит температура системы.

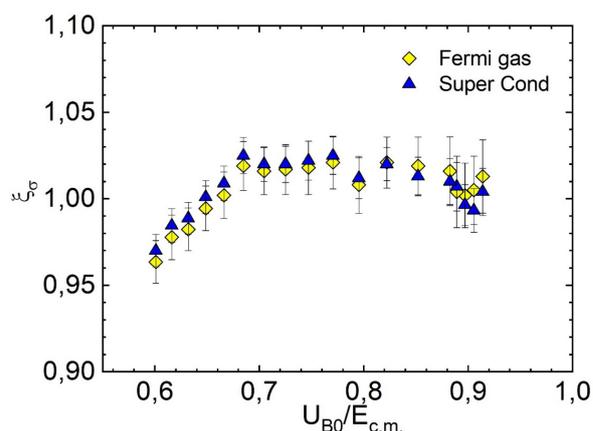


Рис. 8. Отношение сечений (см. формулу (7)) как функция отношения высоты барьера для нулевого углового момента к энергии столкновения.

Расчет с вычислением температуры по модели ферми-газа – ромбы, по сверхтекучей модели – треугольники;  $K_R = 17$  зс/ГэВ.

Показаны статистические погрешности вычислений

Во всех прежних работах (см. [4, 16, 19]) температура связывалась с энергией возбуждения с помощью модели ферми-газа.

Более того, в этих работах полностью игнорировалась дискретная структура внутренних ядерных возбуждений, что оправдано для тяжелых и/или деформированных ядер, но может быть нереалистично для легких и/или магических ядер. Особенно велика энергия первого возбужденного состояния для ядра кислорода-16, которое часто используется в качестве налетающей частицы в экспериментах по слиянию.

В данной работе на примере реакции  $^{16}\text{O}+^{92}\text{Zr}$  мы рассмотрели, как влияет на результаты расчета сечений слияния в рамках ТМПТ более аккуратный подход к связи температуры с энергией возбуждения и учет того, что ядро кислорода, скорее всего, не переходит в возбужденное состояние.

Результаты работы сводятся к следующему:

1. Полное «выключение» флуктуаций, т.е. использование нулевой температуры, приводит к тому, что сечения увеличиваются в среднем на 5 %, а функция возбуждения становится сильно осциллирующей.

2. Использование нулевой энергии возбуждения и температуры только для кислорода на примере отдельно взятой траектории приводит к увеличению температуры системы приблизительно на 10 %. Однако при расчете функции возбуждения это никак не проявляется, что не совсем понятно.

3. Использование сверхтекучей модели для реакции  $^{16}\text{O}+^{92}\text{Zr}$  в диапазоне энергий столкновения от 46 до 70 МэВ в итоге приводит к сечениям слияния, которые неотличимы от рассчитанных в модели ферми-газа в пределах погрешностей вычислений, составляющих около 2 %.

### Список литературы

1. Oganessian Yu. Ts., Utyonkov V. K. Super-heavy element research // Reports on Progress in Physics. 2015. Vol. 78. P. 036301.
2. Kuzuyakin R. A., Sargsyan V. V., Adamian G. G., Antonenko N. V. Quantum Diffusion Description of Large-Amplitude Collective Nuclear Motion // Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei. 2017. Vol. 48. P. 21–118.

3. Gross D. H. E., Kalinowski H. Friction Model of Heavy-Ion Collision // *Physics Reports*. 1978. Vol. 45. P. 175–210.
4. Fröbrich P., Gontchar I. I. Langevin description of fusion deep-inelastic collisions and heavy-ion induced fission // *Physics Reports*. 1998. Vol. 292. P. 131–237.
5. Zagrebaev V., Greiner W. Unified consideration of deep inelastic, quasi-fission and fusion-fission phenomena // *Journal of Physics*. 2007. Vol. G34. P. 1–25.
6. Sargsyan V. V., Adamyan G. G., Antonenko N. V. [et al.]. Capture cross section with quantum diffusion approach // *Computer Physics Communications*. 2018. Vol. 233. P. 145–155.
7. Beckerman M. Sub-barrier fusion of two nuclei // *Reports on Progress in Physics*. 1988. Vol. 51. P. 1047–1103.
8. Dasgupta M., Navin A., Agarwal Y. K. [et al.]. Fusion of  $^{28}\text{Si} + ^{68}\text{Zn}$ ,  $^{32}\text{S} + ^{64}\text{Ni}$ ,  $^{37}\text{Cl} + ^{59}\text{Co}$  and  $^{45}\text{Sc} + ^{51}\text{V}$  in the vicinity of the Coulomb barrier // *Nuclear Physics*. 1992. Vol. A539. P. 351–369.
9. Hagino K., Rowley N., Kruppa A. T. A program for coupled-channels calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions // *Computer Physics Communications*. 1999. Vol. 123. P. 143–152.
10. Hasse R. Approaches to nuclear friction // *Report Progress Physics*. 1978. Vol. 41. P. 1027–1101.
11. Tokieda M., Hagino K. Quantum tunneling with friction // *Physical Review*. 2017. Vol. C95. P. 054604.
12. Chushnyakova M. V., Gontchar I. I. Heavy ion fusion: Possible dynamical solution of the problem of the abnormally large diffuseness of the nucleus-nucleus potential // *Physical Review*. 2013. Vol. C87. P. 014614.
13. Gontchar I. I., Bhattacharya R., Chushnyakova M. V. Quantitative analysis of the precision above barrier heavy-ion fusion data using Skyrme-Hartree-Fock nuclear densities // *Physical Review*. 2014. Vol. C89. P. 034601.
14. Chushnyakova M. V., Bhattacharya R., Gontchar I. I. Dynamical calculations of the above-barrier heavy-ion fusion cross sections using Hartree-Fock nuclear densities with the SKX coefficient set // *Physical Review*. 2014. Vol. C90. P. 017603.
15. Fröbrich P. Fusion and capture of heavy ions above the barrier: analysis of experimental data with the surface friction model // *Physics Reports*. 1984. Vol. 116. P. 337–400.
16. Litnevsky V. L., Kosenko G. I., Ivanyuk F. A. [et al.]. Description of synthesis of super-heavy elements within the multidimensional stochastic model // *Physical Review*. 2014. Vol. C89. P. 034626.
17. Gontchar I. I., Chushnyakova M. V. A C-code for the double-folding interaction potential of two spherical nuclei // *Computer Physics Communications*. 2010. Vol. 181. P. 168–182.
18. Gontchar I. I., Chushnyakova M. V., Khmyrova N. A. A C-code for the double-folding interaction potential of two spherical nuclei // *Computer Physics Communications*. 2021. Vol. 259. P. 107690.
19. Gontchar I. I., Chushnyakova M. V., Khmyrova N. A. Detail study of application of the relativistic mean-field effective NN forces for heavy-ion fusion within a dynamical model // *Journal of Physics*. 2021. Vol. G48. P. 015101.
20. Horowitz C. J., Serot B. D. Self-consistent Hartree description of finite nuclei in a relativistic quantum field theory // *Nuclear Physics*. 1981. Vol. A368. P. 503–528.
21. Chushnyakova M. V., Gontchar I. I. Memory versus fluctuations in heavy ion fusion // *Journal Physics*. 2013. Vol. G40. P. 095108.
22. Gegechkori A. E., Nadtochy P., Anischenko Yu. A. [et al.]. Influence of Non-Markovian Effects on the Fission Rate and Time // *Physics of Atomic Nuclei*. 2008. Vol. 71. P. 2007–2017.
23. Ignatyuk A. V. Statistical properties of excited atomic nuclei // International Atomic Energy Agency report, INDC(CCP)-233/L. Vienna, 1985.
24. Karpov A. V., Denikin A. S., Alekseev A. P. [et al.]. NRV web knowledge base on low-energy nuclear physics // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section*

- A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2017. Vol. 859. P.112–124.
25. Newton J. O., Morton C. R., Dasgupta M. [et al.]. Experimental barrier distributions for the fusion of  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{28}\text{Si}$ , and  $^{35}\text{Cl}$  with  $^{92}\text{Zr}$  and coupled-channels analyses // *Physical Review*. 2001. Vol. 64. P. 064608.
26. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. М. : Наука, 1980.
27. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика : учеб. пособие : в 10 т. Т. IX / Лившиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика : в 2 ч. Ч. 2. Теория конденсированного состояния. М. : Наука, 1978.
28. Muhlshlegel B. Die thermodynamischen Funktionen des Supraleiters // *Zeitschrift für Physik*. 1959. Vol. 155. P. 313–327.

### References

- Oganessian Yu.Ts., Utyonkov V.K. Super-heavy element research. *Reports on Progress in Physics*. 2015;78:036301.
- Kuzyakin R.A., Sargsyan V.V., Adamian G.G., Antonenko N.V. Quantum Diffusion Description of Large-Amplitude Collective Nuclear Motion. *Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei*. 2017;48:21–118.
- Gross D.H.E., Kalinowski H. Friction Model of Heavy-Ion Collision. *Physics Reports*. 1978;45:175–210.
- Fröbrich P., Gontchar I.I. Langevin description of fusion deep-inelastic collisions and heavy-ion induced fission. *Physics Reports*. 1998;292:131–237.
- Zagrebaev V., Greiner W. Unified consideration of deep inelastic, quasi-fission and fusion-fission phenomena. *Journal of Physics*. 2007;G34:1–25.
- Sargsyan V.V., Adamyan G.G., Antonenko N.V. et al. Capture cross section with quantum diffusion approach. *Computer Physics Communications*. 2018;233:145–155.
- Beckerman M. Sub-barrier fusion of two nuclei. *Reports on Progress in Physics*. 1988;51:1047–1103.
- Dasgupta M., Navin A., Agarwal Y.K. et al. Fusion of  $^{28}\text{Si} + ^{68}\text{Zn}$ ,  $^{32}\text{S} + ^{64}\text{Ni}$ ,  $^{37}\text{Cl} + ^{59}\text{Co}$  and  $^{45}\text{Sc} + ^{51}\text{V}$  in the vicinity of the Coulomb barrier. *Nuclear Physics*. 1992;A539:351–369.
- Hagino K., Rowley N., Kruppa A.T. A program for coupled-channels calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions. *Computer Physics Communications*. 1999;123:143–152.
- Hasse R. Approaches to nuclear friction. *Report Progress Physics*. 1978;41:1027–1101.
- Tokieda M., Hagino K. Quantum tunneling with friction. *Physical Review*. 2017;C95:054604.
- Chushnyakova M.V., Gontchar I.I. Heavy ion fusion: Possible dynamical solution of the problem of the abnormally large diffuseness of the nucleus-nucleus potential. *Physical Review*. 2013;C87:014614.
- Gontchar I.I., Bhattacharya R., Chushnyakova M.V. Quantitative analysis of the precision above barrier heavy-ion fusion data using Skyrme-Hartree-Fock nuclear densities. *Physical Review*. 2014;C89:034601.
- Chushnyakova M.V., Bhattacharya R., Gontchar I.I. Dynamical calculations of the above-barrier heavy-ion fusion cross sections using Hartree-Fock nuclear densities with the SKX coefficient set. *Physical Review*. 2014;C90:017603.
- Fröbrich P. Fusion and capture of heavy ions above the barrier: analysis of experimental data with the surface friction model. *Physics Reports*. 1984;116:337–400.
- Litnevsky V.L., Kosenko G.I., Ivanyuk F.A. et al. Description of synthesis of super-heavy elements within the multidimensional stochastic model. *Physical Review*. 2014;C89:034626.
- Gontchar I.I., Chushnyakova M.V. A C-code for the double-folding interaction potential of two spherical nuclei. *Computer Physics Communications*. 2010;181:168–182.

18. Gontchar I.I., Chushnyakova M.V., Khmyrova N.A. A C-code for the double-folding interaction potential of two spherical nuclei. *Computer Physics Communications*. 2021;259:107690.
19. Gontchar I.I., Chushnyakova M.V., Khmyrova N.A. Detail study of application of the relativistic mean-field effective NN forces for heavy-ion fusion within a dynamical model. *Journal of Physics*. 2021;G48:015101.
20. Horowitz C.J., Serot B.D. Self-consistent Hartree description of finite nuclei in a relativistic quantum field theory. *Nuclear Physics*. 1981;A368:503–528.
21. Chushnyakova M.V., Gontchar I.I. Memory versus fluctuations in heavy ion fusion. *Journal Physics*. 2013;G40:095108.
22. Gegechkori A.E., Nadtochy P., Anischenko Yu.A. et al. Influence of Non-Markovian Effects on the Fission Rate and Time. *Physics of Atomic Nuclei*. 2008;71:2007–2017.
23. Ignatyuk A.V. Statistical properties of excited atomic nuclei. *International Atomic Energy Agency report, INDC(CCP)-233/L*. Vienna, 1985.
24. Karpov A.V., Denikin A.S., Alekseev A.P. et al. NRV web knowledge base on low-energy nuclear physics. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2017;859:112–124.
25. Newton J.O., Morton C.R., Dasgupta M. et al. Experimental barrier distributions for the fusion of  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{28}\text{Si}$ , and  $^{35}\text{Cl}$  with  $^{92}\text{Zr}$  and coupled-channels analyses. *Physical Review*. 2001;64:064608.
26. Shirokov Yu. M., Yudin N.P. *Yadernaya fizika = Nuclear physics*. Moscow: Nauka, 1980. (In Russ.)
27. Landau L.D., Livshits E.M. *Teoreticheskaya fizika: ucheb. posob.: v 10 t. T IX. Livshits E.M., Pitaevskiy L.P. Statisticheskaya fizika: v 2 ch. Ch. 2. Teoriya kondensirovannogo sostoyaniya = Theoretical physics: textbook: in 10 volumes. Volume 9. Livshits E.M., Pitaevskiy L.P. Statistical physics: in 2 parts. Part 2. Condensed matter theory*. Moscow: Nauka, 1978. (In Russ.)
28. Muhlshlegel B. Die thermodynamischen Funktionen des Supraleiters. *Zeitschrift für Physik*. 1959;155:313–327.

#### Информация об авторах / Information about the authors

##### **Игорь Иванович Гончар**

доктор физико-математических наук,  
профессор, профессор кафедры физики  
и химии, Омский государственный  
университет путей сообщения  
(Россия, г. Омск, пр-кт Маркса, 35)

E-mail: vigichar@hotmail.com

##### **Igor' I. Gonchar**

Doctor of physical and mathematical  
sciences, professor, professor of the  
sub-department of physics and chemistry,  
Omsk State Transport University  
(35 Marksa avenue, Omsk, Russia)

##### **Мария Владимировна Чушнякова**

кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры физики, Омский  
государственный технический  
университет (Россия, г. Омск,  
пр-кт Мира, 11)

E-mail: mvchushnyakova@omgtu.tech

##### **Mariya V. Chushnyakova**

Candidate of physical and mathematical  
sciences, associate professor  
of the sub-department of physics,  
Omsk State Technical University  
(11 Mira avenue, Omsk, Russia)

**Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.**

**Поступила в редакцию / Received 05.12.2022**

**Поступила после рецензирования и доработки / Revised 17.02.2023**

**Принята к публикации / Accepted 19.03.2023**